



Tatabányai Árpád Gimnázium

Helyi tanterv

HT4-2013

Négy évfolyamos gimnázium

Matematika

Emelt szint

MATEMATIKA

EMELT

9-12. évfolyam

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy

alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segíthet a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanítás alapvető feladata a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakítása. Életkortól függő szinten rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás

szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet matematika iránt érdeklődő tanulók választják, és azt, hogy itt az alapnál több óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt időnk hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok alapján a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

9–10. évfolyam

A matematika tantervnek ez a fejezete a négyosztályos gimnáziumok azon tanulóinak szól, akik matematikából emelt szintű képzést választottak. Ezért a tananyag összeállításánál feltételezhetjük, hogy az átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulóknak szól. Ebben a szakaszban már a normál osztályokéhoz képest több kiegészítő elem kerül a tananyagba. Egyrészt olyanok, amelyek a motivációt növelhetik (pl. matematikatörténeti vonatkozások, játékok). Ha ezek a témakörök nem is nyújtanak közvetlen segítséget a versenyeken, érettségien, vagy majd a felsőfokú oktatásban való eredményesebb szerepléshez, mégis, ezeket jobb és kevésbé erős csoportokban egyaránt érdemes komolyan venni, rendszeresen beiktatni, mert a tantárgyhoz való hozzáállásban bekövetkező pozitív változás miatt a ráfordított idő bőven megtérül.

Másrészt olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk, amelyek magabiztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, segíthetik a versenyeken való eredményesebb szereplést. Ezeket az ismereteket az osztály vagy csoport szintjének megfelelő mélységben tárgyaljuk. A kevésbé erős csoportokban sem javasoljuk ezek elhagyását, mert a szemléletfejlesztéshez fontosak. Ezeknél a kerettanterv általában szemléletes, bizonyítás nélküli tárgyalást javasol. Az erősebb csoportokban tárgyalhatjuk ezeket részletesebben, több feladattal.

Ebben a korosztályban már természetes elvárás a pontos definíciók megadása, az állítások igazolása. De nemcsak tételekkel, feladatokkal lehet a problémamegoldó képességet fejleszteni. Hasznosak lehetnek ebből a szempontból a matematikai alapú játékok is. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait bemutatva világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány

matematikus életútját. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának fejlesztéséhez, ugyanezt szolgálhatja a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra
2. Számтан, algebra	62 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	22 óra
4. Geometria	57 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	10 óra
Ellenőrzés, számonkérés	8 óra
Az éves óraszám	180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok. Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége. Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementerhalmaz. Descartes-féle szorzat. A fogalmak ismétlése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata. A halmazműveletek tulajdonságai, de Morgan azonosságok. Halmazok számossága, logikai szita. n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Véges és végtelen halmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.</p>		<p><i>Informatika:</i> Könyvtárszerkezet a számítógépen. Adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>

	<i>Biológia-egészségtan:</i> rendszerteran.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számfogalom fejlesztése: számkörbővítés elvei; a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – természetes számok, – egész számok, – racionális számok, – irracionális számok, – valós számok. <p>Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.</p> <p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv. A hatványozás azonosságai.</p> <p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.</p> <p>A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</i></p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések használata	Órakeret 15 óra
--	---	----------------------------

Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $(a + b + c)^2$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$. Utalás $(a + b)^n$ kiszámolásra Pascal-háromszög segítségével.		
Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Szorzattá alakítás különböző módszerei. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. <i>Matematikatörténet: algebra</i>		
Számítási, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p>	
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból. Számrendszerek. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</p>	
<p>Diofantoszi egyenletek. Lineáris diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. <i>Matematikatörténet:</i> Diophantos.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Osztó, többszörös, prím, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának felismertetése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Divergens gondolkodás fejlesztése esetszétválasztások során. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Egyenletek grafikus megoldása.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
<p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.</p>		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
<p>Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?</p>		
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek.		<i>Fizika:</i> a mérés hibája.

Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.		
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Egyenes arányosság, lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos, lineárisan összefüggő mennyiségek.
Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolútértéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény. Függvények inverze.		<i>Fizika:</i> négyzetesen arányos mennyiségek.

Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $ f(x) $ ábrázolása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvény grafikonja, függvénytranszformáció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 57 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Sokszögek szögösszege, átlók száma. A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.		<i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás.
Nevezetes ponthalmazok rendszerezése: <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. – két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola. Egyenlőtávolsággal meghatározott ponthalmazok.		<i>Fizika:</i> parabolatükör. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.

<p>Ponthalmazok a koordinátáson. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Két, vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Háromszög további nevezetes vonalai. (Bizonyítással.) Középvonalak.(Négyszögek középvonalai is.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van és fordítva.</p>		
<p>Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordináta-rendszerben. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>		<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése, érintőnéyszög. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>		
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fix egyenes, fix sík, – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p>		
<p>Műveletek vektorokkal: összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Vektor koordinátái.</p>		<p><i>Fizika:</i> vektormennyiségek - erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tételek, sokszög, egybevágósági transzformáció. Vektor, középponti szög. Érintőnéyszög.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Statisztika. valószínűség</p>	<p>Órakeret 8 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.</p>	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Adatok rendezése, rendszerezése: diagram készítése, olvasása; táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség fogalmának mélyítése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegegyenes alkalmazása. – Számok normálalakja, normálalakokkal végzett műveletek alkalmazása. – Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása. – Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szóveges feladatok megoldása.
---	--

- A számológép használata.

Geometria

- Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
- A kör és részeinek ismerete.
- Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás adott bázisrendszerben.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.

Függvények, sorozatok

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete
- A négyzetgyökfüggvény ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számтан, algebra	63 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	8 óra
4. Geometria	55 óra
5. Valószínűség, statisztika	16 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	10 óra
Ellenőrzés, számonkérés	8 óra
Az össz. óraszám	180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Logika. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.		

<i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, George Boole.	
<p>Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétélünk, mélyítjük a feladatmegoldási rutinunkat. Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal háromszög.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál. Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pontot maximum hány egyenes határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot?</p> <p>Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai műveletek, kapcsolatuk a halmazműveletekkel. Permutáció, variáció, kombináció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 23óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számfogalom fejlesztése: számkörbővítés elvei; a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök. A négyzetgyökvonás azonosságai. \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.</p>		
<p>Az n-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. A szerkeszthetőség néhány kérdése. Nevező gyöktelenítése</p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, négyzetgyök, n -edik gyök.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának felismertetése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Divergens gondolkodás fejlesztése esetszétválasztások során. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték-feladatok másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés. Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió. Önellenőrzés képességének fejlesztése. Gyöktényező alak, Viete-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával. <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.</p>		<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximum-problémák. <i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.</p>
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.</p>		<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p>

	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.	
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés.	
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények Gyökfüggvények		<i>Fizika:</i> négyzetesen arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend.		
<i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Biológia-egészségtan:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az élőlényeknél.

	<i>Művészetek:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az építészetben, festészetben, zenében.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvény grafikonja, függvénytranszformáció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hegyesszögek szögfüggvényei	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	<i>Fizika:</i> Lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása. Rezgőmozgás és körmozgás kapcsolata.
	Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° , az értékek megjegyzése. Hegyesszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: <ul style="list-style-type: none"> - a vektor fogalma, - vektorműveletek, - vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái. A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével	<i>Fizika:</i> harmónikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.

<p>A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, paritás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számítási és mértani közép. A számítási és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kör és részei. Kerületi és középponti szögek, tételek, húrnégyszög		
A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. Szögfelezőtétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.		
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.		<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> tervrajzok. <i>Fizika:</i> képalkotás, nagyítás.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott térfogathoz nagy

	felszín, illetve amikor kis felszín tartozik.
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Aranymetszés.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.</p> <p><i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, terület, térfogat. Számtani és mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika. valószínűség	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Adatok rendezése, rendszerezése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség fogalmának mélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérmédobások. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Tapasztalatok feldolgozása csoportmunkában.		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Események. Valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
--	---

- Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
- Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték problémák megoldásában.
- A számológép használata.

Geometria

- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei).
- Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Szögfüggvények értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.

Függvények, sorozatok

- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Valószínűség, statisztika

- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás 12 évének szintézisét adja. Egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet, ezt célszerű tudatosítani is a tanulóknak.

Ez a tantervi elem az emelt szintű érettségire és a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl az emelt szintű szóbeli érettségire fontos az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása, kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, és amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	19 óra
2. Számтан, algebra	51 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	30 óra
4. Geometria	64 óra
5. Valószínűség, statisztika	31 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	11 óra
Ellenőrzés, számonkérés	10 óra
Az összes óraszám	216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 19 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorba rendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.)</p> <p>Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.</p> <p>Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.</p> <p>Kombináció– ismétlés nélkül</p> <p style="padding-left: 20px;">Ismétlés, rendszerezés vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül.</p> <p style="padding-left: 20px;">Binomiális együtthatók, tulajdonságaik.</p> <p style="padding-left: 20px;">Pascal háromszög és tulajdonságai.</p> <p>Binomiális tétel.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal.</p> <p>Néhány kombinatorikus geometriai probléma.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>		

<p>Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagraf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban <i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>	<p><i>Biológia-egészségtan: genetika.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 43 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalmának kialakítása. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedeztetése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv. A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra. Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>

A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler; a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.		
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.		<i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.
Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél.		
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedeztetése más tudományterületeken. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismételése: <ul style="list-style-type: none"> – a vektor fogalma, – vektorműveletek, – vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái.		
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.		<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.

<p>Színusztétel. Koszinusztétel.</p> <p>A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p><i>Földrajz:</i> Távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS: helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, – egy szög kétszeresének szögfüggvényei, <p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás, vagy egységkör alkalmazása. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat, színusztétel, koszinusztétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet, egyenlőtlenség.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordinátageometria	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A Descartes-féle koordináta-rendszer. A helyvektor és a szabadvektor.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Vektor abszolút értékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>		

<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazunk, vektorokat használunk, koordinátákat számolunk.</p>	<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban. – Iránytényezős egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>	<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével, vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<i>Informatika:</i> algoritmusok.
<p>Számítási sorozat. A számítási sorozat n-edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss. Számítási feladatok számítási és mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számítási sorozat mint lineáris, és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>		
<p>Végtelen sorok. Végtelen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számítási sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepes és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat szerzése optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.)		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 31 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. <i>Történelem,</i> <i>társadalmi és</i> <i>állampolgári</i> <i>ismeretek:</i> választások.
Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet:</i> George Boole.		

<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Geometriai valószínűség, várható érték. <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i></p>	<p><i>Informatika: véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.</p>
<p>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – Bizonyítási módszerek áttekintése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Végtelen mértani sorok összegzése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör,

	<p>egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.– A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.– Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	--

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	-
2. Számтан, algebra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	45 óra
4. Geometria	65 óra
5. Valószínűség, statisztika	-
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	95 óra
Ellenőrzés, számonkérés	12 óra
Az össz. óraszám	217 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. Alkalmazások keresése a matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.		

<p>Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.</p> <p>A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.</p>	
<p>A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense.</p>	<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata; a sebesség-idő függvény és a gyorsulás kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja. Magasabb rendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont.</p>	

A második derivált és a konvexitás kapcsolata.		
Függvényvizsgálat differenciálszámítással.		
Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.		<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény folytonossága, határértéke. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás, térgeometria	Órakeret 65 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor bővítjük a közelítő módszerek ismeretét. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet alakítunk ki a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.</p> <p>A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben (pl. geometriai bizonyításokban).</p>		
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből.</p> <p>A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. A gúla, kúp térfogata. Csonka gúla, csonka kúp térfogata.</p> <p>Alakzatok felszíne, hálója. Csonka gúla, csonka kúp felszíne.</p> <p>Gömb felszíne</p>		
<p>Térgeometria elemei. Szabályos testek.</p>		<p><i>Kémia:</i> kristályok.</p> <p><i>Művészetek:</i> szimmetriák.</p>
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület.</p>		

<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva jutunk el a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség, feszültség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinom függvény; – trigonometrikus függvények. A Newton-Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Felszín, térfogat, forgástest, csonkakúp, csonkakúp, gömb.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 95 óra
Előzetes tudás	A4 év matematika tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének továbbfejlesztése, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i></p> <p><i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása</p>		<i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.
<p><i>Algebra és számelmélet</i></p> <p><i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. A matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.</p> <p><i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása.</p> <p><i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i></p> <p><i>Függvények</i> A függvény fogalma.</p>		<i>Informatika:</i> számítógépes programok használata

<p>Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus-, trigonometrikus függvények.</p> <p>Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk.</p> <p><i>Sorozatok, sorok</i></p> <p>A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor.</p> <p><i>Analízis</i></p> <p>Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton-Leibniz tétel. A határozott integrál alkalmazásai.</p>	<p>függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p><i>Geometria</i></p> <p><i>Geometriai alaphogalmak</i></p> <p>Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p><i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i></p> <p>Nevezetes pontthalmazok. Síkdomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek.</p> <p><i>Geometriai transzformációk</i></p> <p>Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i></p> <p>Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyeszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A parabola definíciója, egyenlete.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i></p> <p>A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>

Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.	
<p><i>Valószínűségszámítás, statisztika</i></p> <p>Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűségi modellje.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</p>	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
---	---